

ISSN 1991-3494

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# Х А Б А Р Ш Ы С Ы

---

---

## ВЕСТНИК

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

## THE BULLETIN

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

1944 ЖЫЛДАН ШЫҒА БАСТАҒАН  
ИЗДАЕТСЯ С 1944 ГОДА  
PUBLISHED SINCE 1944

5

---

---

АЛМАТЫ  
АЛМАТЫ  
ALMATY

2015

ҚЫРКҮЙЕК  
СЕНТЯБРЬ  
SEPTEMBER

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі

**М. Ж. Жұрынов**

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Айтхожина Н.А.**; тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байпақов К.М.**; биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байтулин И.О.**; биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Берсімбаев Р.И.**; хим. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Газалиев А.М.**; а.-ш. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Дүйсенбеков З.Д.**; а.-ш. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Елешев Р.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; фил. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Нысанбаев А.Н.**; экон. ғ. докторы, проф., ҰҒА академигі **Сатубалдин С.С.**; тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбжанов Х.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішева З.С.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Абсадықов Б.Н.** (бас редактордың орынбасары); а.-ш. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Баймұқанов Д.А.**; тарих ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Байтанаев Б.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Давлетов А.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; геогр. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Медеу А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мырхалықов Ж.У.**; биол. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Огарь Н.П.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Таткеева Г.Г.**; а.-ш. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Үмбетаев И.**

Р е д а к ц и я к е ñ е с і:

Ресей ҒА академигі **Велихов Е.П.** (Ресей); Әзірбайжан ҰҒА академигі **Гашимзаде Ф.** (Әзірбайжан); Украинаның ҰҒА академигі **Гончарук В.В.** (Украина); Армения Республикасының ҰҒА академигі **Джрбашян Р.Т.** (Армения); Ресей ҒА академигі **Лаверов Н.П.** (Ресей); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **Москаленко С.** (Молдова); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **Рудик В.** (Молдова); Армения Республикасының ҰҒА академигі **Сагян А.С.** (Армения); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **Тодераш И.** (Молдова); Тәжікстан Республикасының ҰҒА академигі **Якубова М.М.** (Тәжікстан); Молдова Республикасының ҰҒА корр. мүшесі **Лупашку Ф.** (Молдова); техн. ғ. докторы, профессор **Абиев Р.Ш.** (Ресей); техн. ғ. докторы, профессор **Аврамов К.В.** (Украина); мед. ғ. докторы, профессор **Юрген Аппель** (Германия); мед. ғ. докторы, профессор **Иозеф Банас** (Польша); техн. ғ. докторы, профессор **Гарабаджиу** (Ресей); доктор PhD, профессор **Ивахненко О.П.** (Ұлыбритания); хим. ғ. докторы, профессор **Изабелла Новак** (Польша); хим. ғ. докторы, профессор **Полещук О.Х.** (Ресей); хим. ғ. докторы, профессор **Поняев А.И.** (Ресей); профессор **Мохд Хасан Селамат** (Малайзия); техн. ғ. докторы, профессор **Хрипунов Г.С.** (Украина)

Главный редактор

академик НАН РК

**М. Ж. Журинов**

Редакционная коллегия:

доктор биол. наук, проф., академик НАН РК **Н.А. Айтхожина**; доктор ист. наук, проф., академик НАН РК **К.М. Байпаков**; доктор биол. наук, проф., академик НАН РК **И.О. Байгулин**; доктор биол. наук, проф., академик НАН РК **Р.И. Берсимбаев**; доктор хим. наук, проф., академик НАН РК **А.М. Газалиев**; доктор с.-х. наук, проф., академик НАН РК **З.Д. Дюсенбеков**; доктор сельскохоз. наук, проф., академик НАН РК **Р.Е. Елешев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор фил. наук, проф., академик НАН РК **А.Н. Нысанбаев**; доктор экон. наук, проф., академик НАН РК **С.С. Сатубалдин**; доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Х.М. Абжанов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор техн. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **З.С. Абишева**; доктор техн. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Б.Н. Абсадыков** (заместитель главного редактора); доктор с.-х. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Д.А. Баймуканов**; доктор ист. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Б.А. Байтанаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **А.Е. Давлетов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор геогр. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **А. Медеу**; доктор техн. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.У. Мырхалыков**; доктор биол. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.П. Огарь**; доктор техн. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Г.Г. Таткеева**; доктор сельскохоз. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **И. Умбетаев**

Редакционный совет:

академик РАН **Е.П. Велихов** (Россия); академик НАН Азербайджанской Республики **Ф. Гашимзаде** (Азербайджан); академик НАН Украины **В.В. Гончарук** (Украина); академик НАН Республики Армения **Р.Т. Джрбашян** (Армения); академик РАН **Н.П. Лаверов** (Россия); академик НАН Республики Молдова **С. Москаленко** (Молдова); академик НАН Республики Молдова **В. Рудик** (Молдова); академик НАН Республики Армения **А.С. Сагиян** (Армения); академик НАН Республики Молдова **И. Тодераш** (Молдова); академик НАН Республики Таджикистан **М.М. Якубова** (Таджикистан); член-корреспондент НАН Республики Молдова **Ф. Лупашку** (Молдова); д.т.н., профессор **Р.Ш. Абиев** (Россия); д.т.н., профессор **К.В. Аврамов** (Украина); д.м.н., профессор **Юрген Аппель** (Германия); д.м.н., профессор **Иозеф Банас** (Польша); д.т.н., профессор **А.В. Гарабаджиу** (Россия); доктор PhD, профессор **О.П. Ивахненко** (Великобритания); д.х.н., профессор **Изабелла Новак** (Польша); д.х.н., профессор **О.Х. Полещук** (Россия); д.х.н., профессор **А.И. Поняев** (Россия); профессор **Мохд Хасан Селамат** (Малайзия); д.т.н., профессор **Г.С. Хрипунов** (Украина)

«Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан». ISSN 1991-3494

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5551-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год

Тираж: 2000 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел. 272-13-19, 272-13-18.

www: nauka-nanrk.kz, bulletin-science.kz

---

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2015

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75

Editor in chief

**M. Zh. Zhurinov**,  
academician of NAS RK

Editorial board:

**N.A. Aitkhozhina**, dr. biol. sc., prof., academician of NAS RK; **K.M. Baipakov**, dr. hist. sc., prof., academician of NAS RK; **I.O. Baitulin**, dr. biol. sc., prof., academician of NAS RK; **R.I. Bersimbayev**, dr. biol. sc., prof., academician of NAS RK; **A.M. Gazaliyev**, dr. chem. sc., prof., academician of NAS RK; **Z.D. Dyusenbekov**, dr. agr. sc., prof., academician of NAS RK; **R.Ye. Yeleshev**, dr. agr. sc., prof., academician of NAS RK; **T.Sh. Kalmenov**, dr. phys. math. sc., prof., academician of NAS RK; **A.N. Nysanbayev**, dr. phil. sc., prof., academician of NAS RK; **S.S. Satubaldin**, dr. econ. sc., prof., academician of NAS RK; **Kh.M. Abzhanov**, dr. hist. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys. math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Z.S. Abisheva**, dr. eng. sc., prof., corr. member of NAS RK; **B.N. Absadykov**, dr. eng. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **D.A. Baimukanov**, dr. agr. sc., prof., corr. member of NAS RK; **B.A. Baytanayev**, dr. hist. sc., prof., corr. member of NAS RK; **A.Ye. Davletov**, dr. phys. math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys. math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **A. Medeu**, dr. geogr. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.U. Myrkhalykov**, dr. eng. sc., prof., corr. member of NAS RK; **N.P. Ogar**, dr. biol. sc., prof., corr. member of NAS RK; **G.G. Tatkeeva**, dr. eng. sc., prof., corr. member of NAS RK; **I. Umbetayev**, dr. agr. sc., prof., corr. member of NAS RK

Editorial staff:

**E.P. Velikhov**, RAS academician (Russia); **F. Gashimzade**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **V.V. Goncharuk**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **R.T. Dzhrbashian**, NAS Armenia academician (Armenia); **N.P. Laverov**, RAS academician (Russia); **S.Moskalenko**, NAS Moldova academician (Moldova); **V. Rudic**, NAS Moldova academician (Moldova); **A.S. Sagiyan**, NAS Armenia academician (Armenia); **I. Toderas**, NAS Moldova academician (Moldova); **M. Yakubova**, NAS Tajikistan academician (Tajikistan); **F. Lupaşcu**, NAS Moldova corr. member (Moldova); **R.Sh. Abiyev**, dr.eng.sc., prof. (Russia); **K.V. Avramov**, dr.eng.sc., prof. (Ukraine); **Jürgen Appel**, dr.med.sc., prof. (Germany); **Joseph Banas**, dr.med.sc., prof. (Poland); **A.V. Garabadzhiu**, dr.eng.sc., prof. (Russia); **O.P. Ivakhnenko**, PhD, prof. (UK); **Isabella Nowak**, dr.chem.sc., prof. (Poland); **O.Kh. Poleshchuk**, chem.sc., prof. (Russia); **A.I. Ponyaev**, dr.chem.sc., prof. (Russia); **Mohd Hassan Selamat**, prof. (Malaysia); **G.S. Khripunov**, dr.eng.sc., prof. (Ukraine)

**Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.**

ISSN 1991-3494

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of Information and Archives of the Ministry of Culture and Information of the Republic of Kazakhstan N 5551-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 2000 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

<http://nauka-nanrk.kz/>, <http://bulletin-science.kz>

---

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2015

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

**TESTING THE RESULTS OF NUMERICAL SIMULATION  
OF PROBLEMS OF ELECTRICAL PROSPECTING  
WITH DIRECT CURRENT****B. G. Mukanova<sup>1</sup>, T. Mirgalikyzy<sup>1</sup>, I. N. Modin<sup>2</sup>**<sup>1</sup>L. N. Gumilyov Eurasian National University, Faculty of Information Technologies, Astana, Kazakhstan,<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geology, Moscow, Russia.

E-mail: m\_t85@mail.ru

**Key words:** direct current electrical prospecting, testing of the numerical results, method of integral equations, layered medium, relief contact boundaries.

**Abstract.** Theory of direct current electrical prospecting's methods are mainly developed for media with a flat surface. But, in practice the difficult terrain surface often come up. This raises the task of studying the impact of different forms of ground surface relief on the results of geophysical researches. Nowadays the developed methods aimed at some degree to account for the effect of topography, did not led to the creation of a unified theory and methodology and have no the application of interpretation of direct current electrical prospecting data on the relief surface. In this paper, to solve the direct problem of electrical prospecting with direct current was chosen the method of integral equations, which has a simple physical meaning and well established for the two-dimensional simulation.

The numerical solution of the direct problem of electrical prospecting with direct current for layered medium with complex contact boundaries on the relief surface on the basis of the method of integral equations is analyzed. Curves of apparent resistivity for a two-layered medium with different specific electric resistance was constructed. Testing of the numerical results was conducted by two ways on the models of media with known solutions and by using the inversion program "IPI2win", which showed positive results.

УДК 004.054

**ТЕСТИРОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ  
ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ****Б. Г. Муканова<sup>1</sup>, Т. Миргаликызы<sup>1</sup>, И. Н. Модин<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан,<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

**Ключевые слова:** электроразведка постоянным током, тестирование численных результатов, метод интегральных уравнений, слоисто-залегающая среда, рельефные контактные границы.

**Аннотация.** В работе рассматривается численное решение прямой задачи электроразведки постоянным током для слоистой модели среды со сложными рельефными контактными границами на основе метода интегральных уравнений. Построены кривые кажущихся сопротивлений для двухслойных моделей сред с разными значениями удельных электрических сопротивлений слоев. Двумя способами проведено тестирование численных результатов на моделях сред с известными решениями и с помощью программы "IPI2win", которое показало положительные результаты.

**Введение.** Теория методов электроразведки постоянным током обычно разрабатывается для сред с плоской поверхностью. Однако, на практике часто встречаются среды со сложным рельефом дневной поверхности. В связи с этим возникает задача изучения влияния различных форм рельефа

на результаты геофизических исследований. Изучение влияния рельефа на данные методов постоянного тока рассматривались в работах [1-5].

По методам зондирования постоянным током на сегодняшний день разработаны несколько основных методов решения прямых задач: метод конечных разностей (Mufti, 1976; Day, Morrison, 1979; Loke, 1996), метод конечных элементов (Coggon, 1971), метод граничных элементов (Xu et al., 1998), метод интегральных уравнений (МИУ) (Альпин, 1947; Hohmann, 1975; Hvozدارa, 1983; Orunkhanov M., Mukanova B., 2006) [6-15]. К основным работам в этом направлении можно отнести Inman et al., 1973; Ellis, Oldenburg, 1994; Lehmann, 1995; LaBrecque et al., 1996; Loke, Dahlin, 1997; Maurer et al., 1998; Lesur et al., 1999 [16-22].

В упомянутых выше работах [6-22] случаи рельефной формы дневной поверхности Земли не рассмотрены, либо не доведены до систематического численного моделирования. Имеющиеся в настоящее время методики поправок за рельеф имеют приближенный характер. Без специального математического моделирования, направленного на систематизацию искажений геоэлектрического разреза, вызванных влиянием рельефа при выполнении двумерной или трехмерной инверсии невозможно приблизиться к построению окончательных разрезов, адекватных истинным. В данном исследовании для расчета полей в слоисто-залегающих средах со сложной геометрией контактирующих границ с рельефной дневной поверхностью, мы применяем метод, хорошо зарекомендовавший себя при проведении моделирования в методе сопротивлений - метод интегральных уравнений [11-15].

**Математическая модель и система интегральных уравнений.** Рассмотрим математическую модель вертикального электрического зондирования над слоисто-залегающей средой со сложной геометрией контактирующих границ и с рельефной дневной поверхностью. Сделаем некоторые предположения относительно геометрии среды. Пусть среда с рельефной поверхностью  $G_0$  имеет кусочно-постоянное распределение удельной электрической проводимости  $\sigma(M)$ . Допустим, что среда может быть разбита на  $N$  областей с постоянным значением удельной электрической проводимости  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$ . Пусть границы между областями образуют двумерные кусочно-гладкие поверхности, на которых почти всюду определена нормаль. Пусть  $\sigma_0$  есть удельная проводимость среды, на поверхность которой помещен питающий электрод, а  $G_0$  есть ее дневная поверхность. Будем считать, что питающий электрод не попадает ни на одну из границ между контактирующими средами. Пусть  $G_0, G_1, \dots, G_K$  - части поверхностей контактирующих сред с разными удельными проводимостями, в том числе поверхности сред, контактирующие с воздухом. Будем обозначать через  $\sigma_i^+, \sigma_i^-$  значения удельной проводимости с разных сторон поверхности  $G_i$  для сред, которые имеют общую внутреннюю границу  $G_i$ . Введем новые неизвестные функции  $q_1, q_2, \dots, q_K$ , заданные на этих частях границ и имеющие смысл поверхностных плотностей вторичных зарядов, распределенных на этих участках границ.

Будем искать потенциал поля в произвольной точке  $P$  в виде суммы потенциалов простого слоя, заданных на этих частях границ и потенциала точечного источника в полупространстве:

$$U(P) = U_0(P) + \frac{I}{4\pi\sigma_0} \sum_{k=0}^K u_k(P) = \frac{I}{2\pi\sigma_0|AP|} + \frac{I}{4\pi\sigma_0} \sum_{k=0}^K \int_{\Gamma_k} \frac{q_k(M)}{|PM|} d\Gamma(M) \quad (1)$$

$U_0(P)$  - потенциал точечного источника,  $I$  - сила тока питающего электрода,  $u_k(P)$  - потенциал  $k$ -границы,  $k=0..K$ ,  $A$  - точка расположения питающего электрода;  $M$  - точка расположенная на границе  $\Gamma_k$ .

Очевидно, что определенная таким способом функция удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta U = 0$  в областях постоянства  $\sigma$  и является непрерывной функцией в силу свойств потенциала простого слоя в области, занятой средой. Потребуем, чтобы функция  $U(P)$  удовлетворяла граничному условию на земной поверхности:

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = -\sigma \frac{\partial U_0}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + \frac{I}{2\pi} \delta(r - \bar{O}\bar{A}) \quad (2)$$

Здесь  $O$  - точка начала координат. Потребуем также удовлетворения условия убывания потенциала на бесконечности:

$$U(\infty) = 0. \quad (3)$$

Поставим дополнительные условия на внутренних контактных границах. Эти условия означают непрерывность потока заряда через контактные границы и могут быть записаны в виде:

$$\sigma_i^+ \left( \frac{\partial U}{\partial n} \right)_+ = \sigma_i^- \left( \frac{\partial U}{\partial n} \right)_- \quad (4)$$

Идея метода интегральных уравнений заключается в том, что контактные границы и неоднородности геоэлектрического разреза рассматриваются как вторичные возбудители электрического поля. Задача расчета полей сводится к системе интегральных уравнений на плотности вторичных источников, индуцируемых на поверхностях контакта проводящих сред и на рельефной поверхности среды. Интегральные уравнения могут записываться как для интенсивностей вторичных источников, так и для значений потенциалов. Мы построили интегральное уравнение [23] для распределения вторичных источников для выше описанной среды, учитывая заданные граничные условия:

$$q_i(P) = \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\Gamma_i} q_i(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_i(M) + \frac{\lambda}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|AP|} + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{k \neq i}^K \int_{\Gamma_k} q_k(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_k(M), \quad (5)$$

где,  $\lambda_i = \frac{(\sigma_i^+ - \sigma_i^-)}{(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}$ .

Из системы интегральных уравнений (5) требуется вычислить плотность тока вторичных источников в точке  $P$ . Мы имеем ровно столько уравнений, сколько есть неизвестных функций – плотностей индуцированных зарядов на частях контактных границ. Решение интегрального уравнения (5) можно получить путем преобразования в систему линейных алгебраических уравнений.

**Тестирование численных результатов.** Для тестирования численных результатов, полученных путем решения системы интегральных уравнений (5), мы построили функции кажущихся сопротивлений для двухслойной модели среды с плоской поверхностью и плоскими горизонтальными контактными границами (рисунок 1), для которой решение прямой задачи электроразведки известно [24]. Также для этой же модели среды мы выполнили тестирование с помощью программы интерпретации геофизических данных "IPI2win" [25].

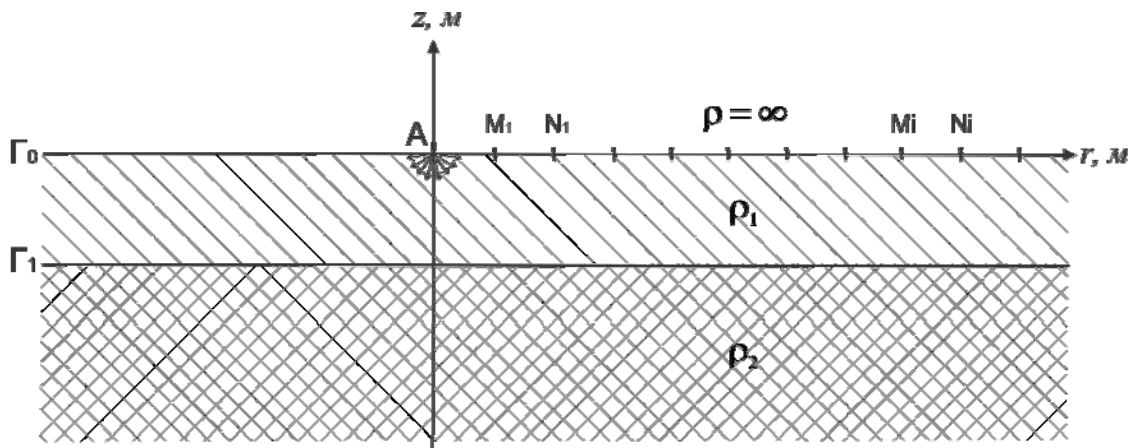


Рисунок 1 – Схема вертикального электрического зондирования для трехэлектродной установки Шлюмберже над двухслойной средой

Для двухслойной модели среды можно выписать следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases} q_0(P) - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_0} q_0(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_0(M) - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_1} q_1(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_1(M) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|AP|}, P \in \Gamma_0 \\ q_1(P) - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\Gamma_1} q_1(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_1(M) - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{\Gamma_0} q_0(M) \frac{\cos \psi_{PM}}{|PM|^2} d\Gamma_0(M) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{|AP|}, P \in \Gamma_1 \end{cases} \quad (6)$$

Расчет функций кажущегося сопротивления выполняется по следующим соотношениям:

$$\rho_K = K \frac{\Delta U_{MN}}{I}, \quad (7)$$

где  $\Delta U_{MN}$  - разность потенциалов между приемными электродами  $M$  и  $N$ ,  $K$  - геометрический коэффициент установки. Значения потенциалов на поверхности находятся после решения системы и нахождения распределения вторичных источников по формуле (1) путем численного интегрирования.

Результаты численного моделирования представлены на рисунке 2. Расчеты были сделаны для трехэлектродной установки Шлюмберже для двухслойной модели среды с высокоомным основанием ( $\rho_1 < \rho_2$ ) и с проводящим основанием ( $\rho_1 > \rho_2$ ). Мощность (глубина залегания) первого слоя  $l = 0.5$  м, нижний слой простирается на бесконечную глубину. Для всех случаев полученные кривые кажущихся сопротивлений выходят на асимптотические значения второго слоя  $\rho_2$ . На граничных точках расчетной области на кривых кажущихся сопротивлений можно увидеть небольшие скачки. Это связано с тем, что для описания распределения плотности токов применяется сетка с логарифмический расширяющимся масштабом по радиусу, адаптированная под положение питающего электрода. Вследствие этого, вблизи граничных точек расчет выполняется на грубой сетке, что ухудшает точность. Кроме этого, бесконечная область интегрирования заменяется на конечную, это означает, что мы пренебрегаем индуцированными зарядами за пределами расчетной области. Этими двумя причинами объясняются имеющиеся отклонения значений кажущегося сопротивления от теоретических вблизи границ расчетной области.

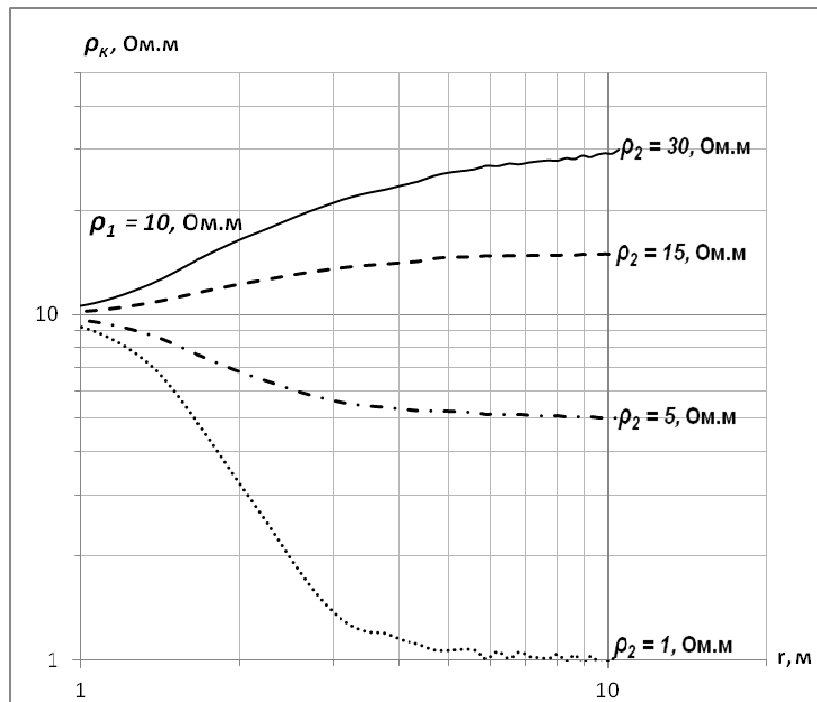


Рисунок 2 – Двухслойные кривые кажущихся сопротивлений, полученные решением интегрального уравнения

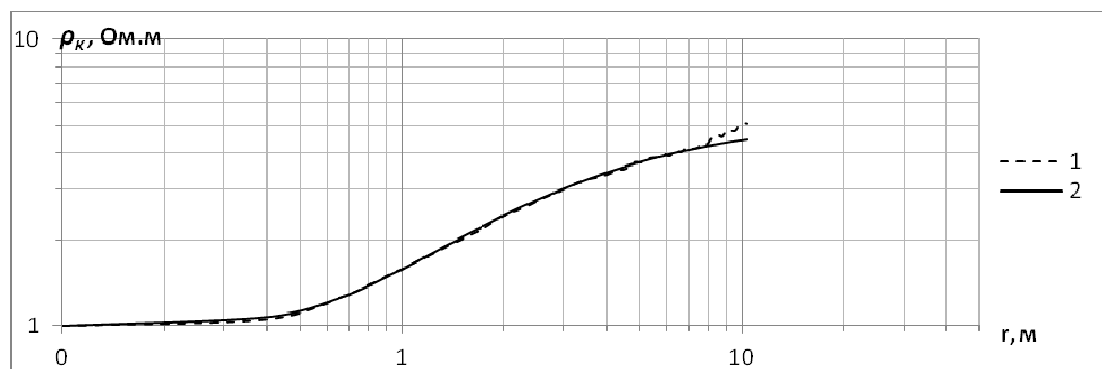
Как известно в [24], для рассматриваемой модели среды существует следующее выражение расчета кажущегося сопротивления:

$$\rho_K = \rho_1 \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n r^3}{[r^2 + (2nl)^2]^{3/2}} \right], k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (8)$$

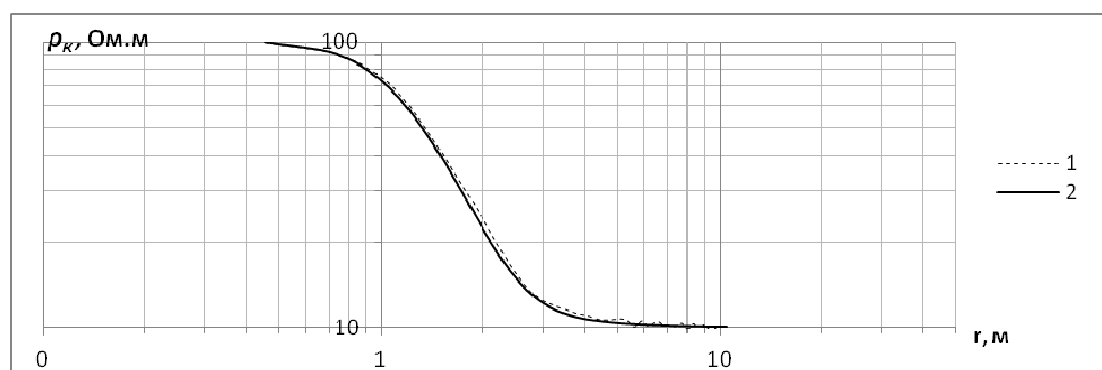
Здесь  $\rho_1$  - сопротивление верхнего слоя,  $\rho_2$  - сопротивление нижнего слоя,  $k$  - коэффициент отражения,  $r$  - расстояние от питающего электрода до центра приемной линии  $MN$ ,  $l$  - глубина залегания верхнего слоя.

На рисунке 3 приведены результаты тестирования, выполненные путем сравнения численного решения с решением построенным по формуле (8) для нисходящей и восходящей моделей двухслойной среды. Мы задали мощность первого слоя  $l = 0.5$  м для обеих моделей, для нисходящей





а)



б)

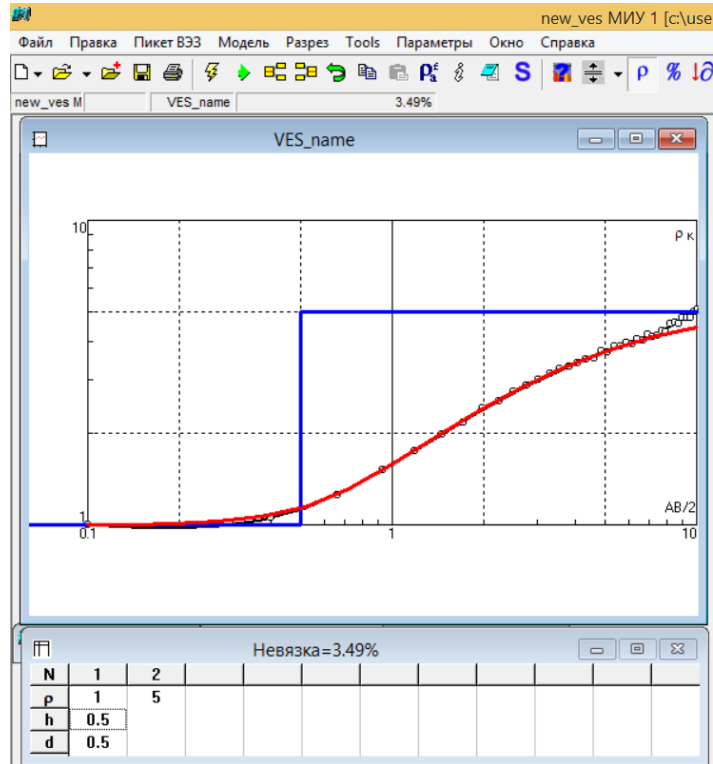
Рисунок 3 – Функции кажущихся сопротивлений: а) - модель с восходящей ветвью; б) - модель с нисходящей ветвью.  
1 - решение полученное путем решения интегрального уравнения, 2 - решение построенное по формуле (8)

модели удельные сопротивления  $\rho_1 = 100 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ,  $\rho_2 = 10 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  и для восходящей модели удельные сопротивления  $\rho_1 = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ,  $\rho_2 = 5 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Максимальная относительная погрешность составила 6% на вблизи граничных точек кривой кажущегося сопротивления.

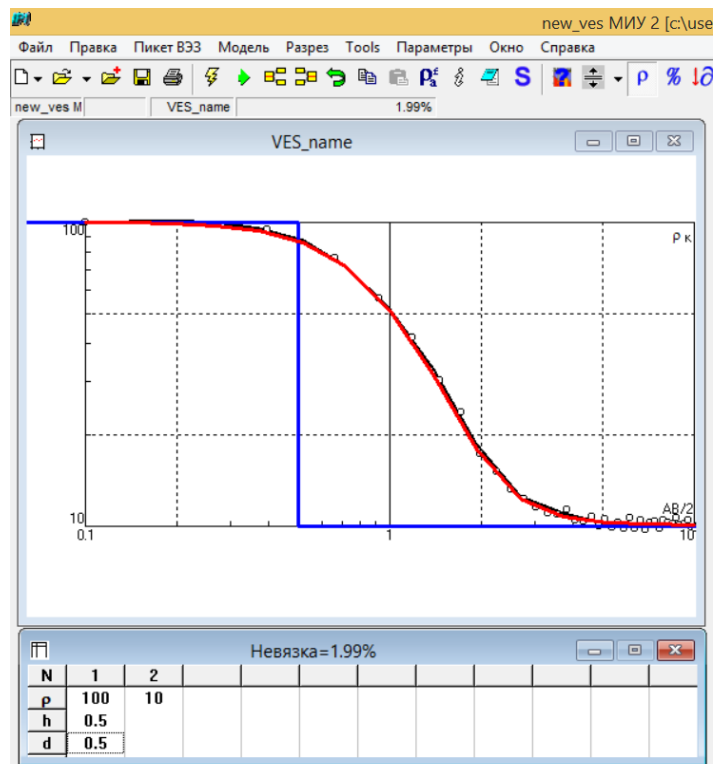
Программа "IPI2win" предназначена для интерпретации данных вертикального электрического зондирования [25]. В программе после ввода параметров среды, установки и полевых (наблюденных) данных в окне интерпретации строится кривая кажущегося сопротивления по наблюдаемым данным. Одним из главных преимуществ программы "IPI2win" является возможность оценки качества интерпретации кривых кажущегося сопротивления. На экране вместе с интерпретируемой кривой рисуется теоретическая кривая кажущегося сопротивления. Оценкой результатов интерпретации является невязка между теоретической кривой и кривой полевых данных. Мы выполнили тестирование с помощью программы "IPI2win" путем ввода численных результатов вместо полевых данных. Невязка между кривой кажущегося сопротивления полученной методом интегральных уравнений и теоретической кривой построенной программой "IPI2win" составила для модели с восходящей ветвью 3.49% (рисунок 4,а), для модели с нисходящей ветвью 1.99% (рисунок 4,б), связанные с отклонениями кажущегося сопротивления близи границ расчетной области.

**Выводы.** Рассмотрено численное решение прямой задачи электроразведки постоянным током методом интегральных уравнений, который позволяет рассчитывать функцию кажущегося сопротивления в слоисто-залегающих средах со сложной геометрией контактирующих границ с рельефной дневной поверхностью. Приведены численные примеры расчета кажущихся сопротивлений. Проведено тестирование численных результатов, полученных путем решения предложенного интегрального уравнения, которое показало удовлетворительные результаты.

*Работа поддержано грантом МОН РК, договор №46 от 12.02.2015 г.*



а)



б)

Рисунок 4 - Тестовые результаты на программе "IPI2win":  
а) - модель с восходящей ветвью; б) - модель с нисходящей ветвью

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чангуришвили Л. С. Электроразведка при проектировании дорог на пересеченной местности. - М.: Автотрансиздат, 1959. - 99 с.
- [2] Вешев А.В. Влияние рельефа на результаты работ комбинированным профилированием // Ученые записки ЛГУ. - 1959. - № 278(11) - С. 83-108.
- [3] Fox R.C., Hohmann G.W., Killpack T.J., Rijo L. Topographic effects in resistivity and induced-polarization surveys // *Geophysics*. - 1980. - № 45(1). - С. 75-93.
- [4] Truman Holcombe, George Jiracek Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys // *Geophysics*. - 1984. - № 49(4). - С. 439-452.
- [5] Tsourlos P., Szymanski J., Tsokas G. The effect of topography on commonly used resistivity arrays // *Geophysics*. - № 64(5). - С. 1357-1363.
- [6] Mufti I.R. Finite-difference modeling for arbitrary-shaped two dimensional structures // *Geophysics*. - 1976. - № 41(1). - С. 62-78.
- [7] Dey A., Morrison H.F. Resistivity modeling for arbitrary shaped two-dimensional structures // *Geophysical Prospecting*. - 1979. - № 27(1). - С. 106-136.
- [8] Loke M.N., Barker R.D. Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method // *Geophysical Prospecting*. - 1996. - vol. 44, no. 1, pp. 131-152.
- [9] Coggon J.H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method // *Geophysics*. - 1971. - № 36(1). - С. 132-155.
- [10] Xu S.Z., Zhao S., Ni Y. A boundary element method for 2-D dc resistivity modeling with a point current source // *Geophysics*. - 1998. - № 63(2). - С. 399-404.
- [11] Альпин Л.М. Источники поля в теории электрической разведки // *Прикладная геофизика*. - М. - 1947. - вып. 3. - С. 56-200.
- [12] Hohmann G.W. Three dimensional induced polarization and electromagnetic modeling // *Geophysics*. - 1975. - № 40(2). - С. 309-324.
- [13] Hvozدارa M. Electric and magnetic field of a stationary current in a stratified medium with a three-dimensional conductivity inhomogeneity // *Studia Geophysica et Geodaetica*. - 1983. - № 26. - С. 59-84.
- [14] Orunkhanov M., Mukanova B. The integral equations method in problems of electrical sounding // In book: *Advances in High Performance Computing and Computational Sciences*, Springer-Berlin-Heidelberg. - 2006. - С. 15-21.
- [15] Orunkhanov M., Mukanova B., Sarbasova B. Convergence of the method of integral equations for quasi three-dimensional problem of electrical sounding // In book: *Computational Science and High Performance Computing II*, Springer-Berlin-Heidelberg. - 2006. - С. 175-180.
- [16] Inman J.R., Ryu J., Ward S.H. Resistivity inversion // *Geophysics*. - 1973. - № 38(6). - С. 1088-1108.
- [17] Ellis R.G., Oldenburg D.W. The pole-pole 3-D DC-resistivity inverse problem: a conjugate-gradient approach // *Geophys. J. Internat.* - 1994. - № 119. - С. 187-194.
- [18] Lehrmann H. Potential representation by independent configurations on a multielectrode array // *Geophys. J. Internat.* - 1995. - vol. 120. - С. 331-338.
- [19] LaBrecque D.J., Miletto M., Daily W., Ramirez A., Owen E. The effect of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data // *Geophysics*. - 1996. - № 61(2). - С. 538-548.
- [20] Loke M.H., Dahlin T. A combined Gauss-Newton and quasi-Newton inversion method for the interpretation of apparent resistivity pseudosections // The 3rd Meeting of the Environmental and Engineering Geophysics Society, European Section. - Aarhus, Denmark, 1997. - С. 139-142.
- [21] Maurer H., Holliger K., Boerner D.E. Stochastic regularization: Smoothness or similarity? // *Geophys. Res. Lett.* - 1998. - № 25(15). - С. 2889-2892.
- [22] Lesur V., Cuer M., Straub A. 2-D and 3-D interpretation of electrical tomography measurements, Part 2: The inverse problem // *Geophysics*. - 1999. - № 64(2). - С. 396-402.
- [23] Mukanova B.G., Mirgalikyzy T. Modeling the impact of relief boundaries in solving the direct problem of direct current electrical sounding // The proceeding of International Conference "Computational and Informational Technologies in Science, Engineering and Education" (CITech – 2015), 23-27 September, 2015. - Almaty, 2015.
- [24] Тихонов А., Самарский А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1977. - 735 с.
- [25] Бобачев А.А. Программное обеспечение для одномерной интерпретации кривых ВЭЗ, ВЭЗ-ВП и МТЗ // *Материалы 29-ой сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей Ч. 1"*. - Екатеринбург: УГГА, 2002.

## REFERENCES

- [1] Chanturishvili L. S. Electrical prospecting in the design of roads in rough terrain. M: Avtotransizdat, **1959**, 99 p. (in Russ.).
- [2] Veshev A.V. Influence of relief on the combined results of profiling. *Scientific notes of LSU*, **2001**, 278, 83-108 (in Russ.).
- [3] Fox R.C., Hohmann G.W., Killpack T.J., Rijo L. Topographic effects in resistivity and induced-polarization surveys. *Geophysics*, **1980**, 45(1), 75-93. (in Eng.).
- [4] Truman Holcombe, George Jiracek Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys. *Geophysics*, **1984**, 49(4), 439-452. (in Eng.).

- [5] Tsourlos P., Szymanski J., Tsokas G. The effect of topography on commonly used resistivity arrays. *Geophysics*, 64(5), 1357-1363. (in Eng.).
- [6] Mufti I.R. Finite difference modeling for arbitrary shaped two dimensional structures. *Geophysics*. 1976, 41(1), 62-78. (in Eng.).
- [7] Dey A., Morrison H.F. Resistivity modeling for arbitrary shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 1979, 27(1), 106-136. (in Eng.).
- [8] Loke M.N., Barker R.D. Rapid least squares inversion of apparent resistivity pseudo-sections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 1996, 44(1), 131-152. (in Eng.).
- [9] Coggon J.H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. *Geophysics*. 1971, 36(1), 132-155. (in Eng.).
- [10] Xu S.Z., Zhao S., Ni Y. A boundary element method for 2D dc resistivity modeling with a point current source. *Geophysics*, 1998, 63(2), 399-404.
- [11] Alpine L.M. Field source in the theory of electrical prospecting. *Applied geophysics*, 1947, vol.3, 56-200. (in Russ.). (in Eng.).
- [12] Hohmann G.W. Three dimensional induced polarization and electromagnetic modeling. *Geophysics*, 1975, 40(2), 309-324. (in Eng.).
- [13] Hvozدارa M. Electric and magnetic field of a stationary current in a stratified medium with a three-dimensional conductivity inhomogeneity. *Srudia Geophysica et Geodaetica*, 1983, 26, 59-84. (in Eng.).
- [14] Orunkhanov M., Mukanova B. The integral equations method in problems of electrical sounding. In book: *Advances in High Performance Computing and Computational Sciences, Springer-Berlin-Heidelberg*, 2006, 15-21. (in Eng.).
- [15] Orunkhanov M., Mukanova B., Sarbasova B. Convergence of the method of integral equations for quasi three-dimensional problem of electrical sounding. In book: *Computational Science and High Performance Computing II, Springer-Berlin-Heidelberg*, 2006, 175-180. (in Eng.).
- [16] Inman J.R., Ryu J., Ward S.H. Resistivity inversion. *Geophysics*, 1973, 38(6), 1088-1108. (in Eng.).
- [17] Ellis R.G., Oldenburg D.W. The pole-pole 3D DC resistivity inverse problem: a conjugate gradient approach. *Geophys. J. Internat*, 1994, 119, 187-194. (in Eng.).
- [18] Lehnann H. Potential representation by independent configurations on a multi-electrode array. *Geophys. J. Internat*, 1995, vol. 120, 331-338. (in Eng.).
- [19] LaBrecque D.J., Miletto M., Daily W., Ramirez A., Owen E. The effect of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data. *Geophysics*, 1996, 61(2), 538-548. (in Eng.).
- [20] Loke M.H., Dahlin T. A combined Gauss Newton and quasi Newton inversion method for the interpretation of apparent resistivity pseudo sections. The 3rd Meeting of the Environmental and Engineering Geophysics Society, European Section. Aarhus, Denmark, 1997, 139-142. (in Eng.).
- [21] Maurer H., Holliger K., Boerner D.E. Stochastic regularization: Smoothness or similarity? *Geophys. Res. Lett*, 1998, 25(15), 2889-2892. (in Eng.).
- [22] Lesur V., Cuer M., Straub A. 2D and 3D interpretation of electrical tomography measurements, Part 2: The inverse problem. *Geophysics*, 1999, 64(2), 396-402. (in Eng.).
- [23] Mukanova B.G., Mirgalikyzy T. Modeling the impact of relief boundaries in solving the direct problem of direct current electrical sounding. The proceeding of International Conference "Computational and Informational Technologies in Science, Engineering and Education" (CITech – 2015), 23-27 September, 2015, Almaty, 2015. (in Eng.).
- [24] Tikhonov A., Samara A. The equations of mathematical physics. M.: Science, 1977, 735 p. (in Russ.).
- [25] Bobachev A.A. Software for the one-dimensional interpretation of the curves VES, VES-IP and MTS Proceedings 29th Session of the International seminar named after D.G. Assumption "Theory and practice of geological interpretation of gravity, magnetic and electric Part 1". Ekaterinburg, 2002. (in Russ.).

## ТҰРАҚТЫ ТОКПЕН ЭЛЕКТРЛІК БАРЛАУ ЕСЕПТЕРІН САНДЫҚ МОДЕЛЬДЕУ НӘТИЖЕЛЕРІН ТЕСТІЛЕУ

Б. Ғ. Мұқанова<sup>1</sup>, Т. Мирғалиқызы<sup>1</sup>, И. Н. Модин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан,  
<sup>2</sup>М. В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей

**Түйін сөздер:** тұрақты токпен электрлік барлау, сандық нәтижелерді тестілеу, интегралдық теңдеулер әдісі, қабатты орта, рельефті байланыс шекарасы.

**Аннотация.** Мақалада күрделі рельефті байланыс шекаралары бар қабатты орта моделі үшін тұрақты токпен электрлік барлаудың тура есебін интегралдық теңдеулер әдісінің негізіндегі сандық шешімі қарастырылады. Қабаттардың меншікті электрлік кедергілері әр түрлі екі қабатты орта моделдері үшін жуықтама кедергінің қисықтары тұрғызылды. "IP12win" бағдарламасының көмегімен және шешімі белгілі орта модельдері үшін сандық нәтижелерді тестілеу жүргізілді.

Поступила 02.10.2015 г.

## **Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct ([http://publicationethics.org/files/u2/New\\_Code.pdf](http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf)). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www.nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.bulletin-science.kz/index.php/ru/>

Редакторы *М. С. Ахметова, Д. С. Аленов*  
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 07.10.2015.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
8,9 п.л. Тираж 2000. Заказ 5.