

ISSN 2518-1467 (Online),
ISSN 1991-3494 (Print)

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Ш Ы С Ы

ВЕСТНИК

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

THE BULLETIN

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

1944 ЖЫЛДАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С 1944 ГОДА
PUBLISHED SINCE 1944

1

АЛМАТЫ
АЛМАТЫ
ALMATY

2017

ҚАҢТАР
ЯНВАРЬ
JANUARY

Б а с р е д а к т о р ы

х. ғ. д., проф., ҚР ҰҒА академигі

М. Ж. Жұрынов

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

Абиев Р.Ш. проф. (Ресей)
Абишев М.Е. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Аврамов К.В. проф. (Украина)
Аппель Юрген проф. (Германия)
Баймуқанов Д.А. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Байпақов К.М. проф., академик (Қазақстан)
Байтулин И.О. проф., академик (Қазақстан)
Банас Иозеф проф. (Польша)
Берсимбаев Р.И. проф., академик (Қазақстан)
Велихов Е.П. проф., РҒА академигі (Ресей)
Гашимзаде Ф. проф., академик (Әзірбайжан)
Гончарук В.В. проф., академик (Украина)
Давлетов А.Е. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Джрбашян Р.Т. проф., академик (Армения)
Қалимолдаев М.Н. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан), бас ред. орынбасары
Лаверов Н.П. проф., академик РАН (Россия)
Лупашку Ф. проф., корр.-мүшесі (Молдова)
Мохд Хасан Селамат проф. (Малайзия)
Мырхалықов Ж.У. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Новак Изабелла проф. (Польша)
Огарь Н.П. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Полещук О.Х. проф. (Ресей)
Поняев А.И. проф. (Ресей)
Сагиян А.С. проф., академик (Армения)
Сатубалдин С.С. проф., академик (Қазақстан)
Таткеева Г.Г. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Умбетаев И. проф., корр.-мүшесі (Қазақстан)
Хрипунов Г.С. проф. (Украина)
Якубова М.М. проф., академик (Тәжікстан)

«Қазақстан Республикасы Ұлттық ғылым академиясының Хабаршысы».

ISSN 2518-1467 (Online),

ISSN 1991-3494 (Print)

Меншіктенуші: «Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы»РҚБ (Алматы қ.)

Қазақстан республикасының Мәдениет пен ақпарат министрлігінің Ақпарат және мұрағат комитетінде
01.06.2006 ж. берілген №5551-Ж мерзімдік басылым тіркеуіне қойылу туралы куәлік

Мерзімділігі: жылына 6 рет.

Тиражы: 2000 дана.

Редакцияның мекенжайы: 050010, Алматы қ., Шевченко көш., 28, 219 бөл., 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www: nauka-nanrk.kz, bulletin-science.kz

© Қазақстан Республикасының Ұлттық ғылым академиясы, 2017

Типографияның мекенжайы: «Аруна» ЖК, Алматы қ., Муратбаева көш., 75.

Г л а в н ы й р е д а к т о р
д. х. н., проф. академик НАН РК
М. Ж. Журинов

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я:

Абиев Р.Ш. проф. (Россия)
Абишев М.Е. проф., член-корр. (Казахстан)
Аврамов К.В. проф. (Украина)
Апель Юрген проф. (Германия)
Баймуканов Д.А. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Байпаков К.М. проф., академик (Казахстан)
Байтулин И.О. проф., академик (Казахстан)
Банас Иозеф проф. (Польша)
Берсимбаев Р.И. проф., академик (Казахстан)
Велихов Е.П. проф., академик РАН (Россия)
Гашимзаде Ф. проф., академик (Азербайджан)
Гончарук В.В. проф., академик (Украина)
Давлетов А.Е. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Джрбашян Р.Т. проф., академик (Армения)
Калимолдаев М.Н. проф., чл.-корр. (Казахстан), зам. гл. ред.
Лаверов Н.П. проф., академик РАН (Россия)
Лупашку Ф. проф., чл.-корр. (Молдова)
Мохд Хасан Селамат проф. (Малайзия)
Мырхалыков Ж.У. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Новак Изабелла проф. (Польша)
Огарь Н.П. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Полещук О.Х. проф. (Россия)
Поняев А.И. проф. (Россия)
Сагиян А.С. проф., академик (Армения)
Сатубалдин С.С. проф., академик (Казахстан)
Таткеева Г.Г. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Умбетаев И. проф., чл.-корр. (Казахстан)
Хрипунов Г.С. проф. (Украина)
Якубова М.М. проф., академик (Таджикистан)

«Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан».

ISSN 2518-1467 (Online),
ISSN 1991-3494 (Print)

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов
Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5551-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год

Тираж: 2000 экземпляров

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел. 272-13-19, 272-13-18.

www: nauka-nanrk.kz, bulletin-science.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2017

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75

E d i t o r i n c h i e f

doctor of chemistry, professor, academician of NAS RK

M. Zh. Zhurinov

E d i t o r i a l b o a r d :

Abiyev R.Sh. prof. (Russia)
Abishev M.Ye. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Avramov K.V. prof. (Ukraine)
Appel Jurgen, prof. (Germany)
Baimukanov D.A. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Baipakov K.M. prof., academician (Kazakhstan)
Baitullin I.O. prof., academician (Kazakhstan)
Joseph Banas, prof. (Poland)
Bersimbayev R.I. prof., academician (Kazakhstan)
Velikhov Ye.P. prof., academician of RAS (Russia)
Gashimzade F. prof., academician (Azerbaijan)
Goncharuk V.V. prof., academician (Ukraine)
Davletov A.Ye. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Dzhrbashian R.T. prof., academician (Armenia)
Kalimoldayev M.N. prof., corr. member. (Kazakhstan), deputy editor in chief
Laverov N.P. prof., academician of RAS (Russia)
Lupashku F. prof., corr. member. (Moldova)
Mohd Hassan Selamat, prof. (Malaysia)
Myrkhalykov Zh.U. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Nowak Isabella, prof. (Poland)
Ogar N.P. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Poleshchuk O.Kh. prof. (Russia)
Ponyaev A.I. prof. (Russia)
Sagiyani A.S. prof., academician (Armenia)
Satubaldin S.S. prof., academician (Kazakhstan)
Tatkeyeva G.G. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Umbetayev I. prof., corr. member. (Kazakhstan)
Khripunov G.S. prof. (Ukraine)
Yakubova M.M. prof., academician (Tadjikistan)

Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

ISSN 2518-1467 (Online),

ISSN 1991-3494 (Print)

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of Information and Archives of the Ministry of Culture and Information of the Republic of Kazakhstan N 5551-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 2000 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,
<http://nauka-nanrk.kz/>, <http://bulletin-science.kz>

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2017

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

A. S. Sergaliyev

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: almaz.ss@gmail.com

NONLINEAR MODEL OF THE DRILLSTRING TAKING INTO ACCOUNT INFLUENCE OF BOREHOLE FRICTION

Abstract. In this paper the nonlinear mathematical model of transverse vibrations of drill strings taking into account influence of borehole friction are developed. The drill string is modeled as an elastic rod rotating with constant angular velocity and compressed by constant axial load. The equations of motion were derived using the assumptions of nonlinear theory of finite deformation by V. V. Novozhilov and variational method of Ostrogradskii-Hamilton. Applying the Ostrogradskii-Hamilton's method, a system of two interrelated nonlinear partial differential equations for the lateral vibrations of the mechanical system is constructed. To take into account contact and friction forces of the drill string interacting with the borehole wall the Hertzian contact law is used. The received model has nonlinear character both at the expense of the accounting of contact forces, and at the expense of assumptions about an extremity of deformations. A comparative analysis of the obtained nonlinear model with the classical linear model and other particular cases is carried out. The analysis showed the validity and generality of the obtained model.

Keywords: drill string, nonlinear model, transverse vibrations, contact forces.

УДК 622.257.2

А. С. Сергалиев

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ БУРОВОЙ ШТАНГИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ СИЛ ТРЕНИЯ О СТЕНКИ СКВАЖИНЫ

Аннотация. В работе разработана нелинейная математическая модель изгибных колебаний буровых колонн с учетом влияния контактных сил. Буровая колонна моделируется как упругий стержень, который вращается с постоянной скоростью и находится под действием постоянной продольной нагрузки. При выводе уравнений движения использовались допущения нелинейной теории конечных деформаций В. В. Новожилова и вариационный метод Остроградского-Гамильтона. Применяя метод Остроградского-Гамильтона, построена система из двух нелинейных взаимозависимых уравнений в частных производных для поперечных колебаний механической системы. Для учета контактных сил и силы трения буровой колонны о стенки скважины использовался контактный закон Герца. Полученная модель имеет нелинейный характер как за счет учета контактных сил, так и за счет допущений о конечности деформаций. Проведен сравнительный анализ полученной нелинейной модели с классической линейной моделью и другими частными случаями, который показал достоверность и общность полученной модели.

Ключевые слова: буровая колонна, нелинейная модель, поперечные колебания, контактные силы.

Введение. Активное освоение залежей нефти и газа делает нефте-газодобывающую отрасль одной из динамично развивающихся отраслей промышленности. Ее успехи существенным образом зависят от качества и совершенства буровых установок, влияющих на скорость бурения скважин и добычи нефти. При этом бурение скважин связано с большими затратами труда, времени и средств, поэтому к нему, как к технологическому процессу в добывающей промышленности, в настоящее время уделяется большое внимание и ставятся высокие требования по безопасности.

Известно, что при теоретическом моделировании динамического поведения бурильной колонны в процессе бурения необходимо интегрировать дифференциальные уравнения их равновесия и колебаний. Такие задачи могут быть сопряжены со значительными аналитическими и вычислительными трудностями, обусловленные чаще всего сложной комбинацией статических и динамических силовых факторов, действующих на бурильную колонну в процессе бурения. Одним из таких факторов может быть неоднородное поле внутренних продольных сил в бурильной колонне, формируемое силами тяжести колонны, долота и центраторов, а также вертикальной реакцией взаимодействия долота и разрушаемой породы. Не менее важным фактором может быть вращение бурильной колонны, в результате которого генерируются центробежные и кориолисовы силы инерции. Другой фактор, внимание которому уделяется реже, – это действие крутящего момента, приводящий колонну во вращение и служащий для создания усилия резания породы. Еще один осложняющий фактор – это влияние сил контактного взаимодействия и трения бурового оборудования о стенки скважины.

Среди известных работ по бурильным установкам можно выделить работы Саркисова Г.М., Сарояна А.Е., Барского И.Л., Мардонова Б., Гафурова Ж.К., Рабиновича Н.Р., Юртаева В.Г., Юнина Е.К. [1-5], и др. Среди современных работ большой вклад внесла украинская научная школа под руководством Гуляева В.И. [6, 7], большинство работ которых посвящено закручиванию бурильных труб. Широко известны фундаментальные работы зарубежных исследователей таких как: Nandakumar K., Wiercigroch M., Khulief Y., Al-Sulaiman F.A. [8-14]. Тем не менее вопрос моделирования динамики буровых колонн с учетом нелинейных деформаций и осложняющих факторов до сих пор является малоисследованным.

Целью данной работы является разработка и анализ нелинейной математической модели пространственного деформирования вращающейся бурильной колонны с учетом влияния сил трения о стенки скважины.

Модель упругого деформирования буровой штанги. Для построения динамической модели движения буровой штанги с учетом конечных деформаций и влияния сил трения о стенки скважины используется наиболее общий, математически обоснованный и точный вариационный принцип Остроградского-Гамильтона, широко используемый при решении прикладных задач. Для определения полной энергии буровой штанги необходимо задать модель упругого деформирования буровой штанги, а также контактного взаимодействия штанги со стенками скважины.

Здесь рассмотрен случай пространственного изгиба буровой штанги. Буровую штангу будем рассматривать как цилиндрический стержень с постоянной площадью поперечного сечения A , вращающегося вокруг оси OZ с постоянной угловой скоростью ω и находящегося под действием сжимающей продольной нагрузки. Через u, v обозначим составляющие поперечного перемещения в плоскостях XOZ и YOZ , соответственно.

Для тензора деформации будет применена вторая система упрощений по В. В. Новожилову [15], что позволит получить нелинейные уравнения движения буровой штанги с учетом конечных деформаций.

Тогда, согласно обобщенной модели пространственного деформирования стержневых элементов А. П. Филиппова [16], упругие перемещения буровой штанги для рассматриваемого случая запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} U(x, y, z, t) &= u(z, t), \\ V(x, y, z, t) &= v(z, t), \\ W(x, y, z, t) &= -\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} x - \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} y. \end{aligned} \quad (1)$$

где $u(z, t), v(z, t)$ – перемещение центра изгиба поперечного сечения вдоль осей x, y вследствие изгиба.

Относительные удлинения и углы поворота волокна после деформации:

$$\begin{aligned} e_{xx} &= 0; \quad e_{yy} = 0; \quad e_{zz} = -\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} x - \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} y; \\ e_{xy} &= 0; \quad e_{xz} = 0; \quad e_{yz} = 0; \\ \omega_x &= -\frac{\partial v}{\partial z}; \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \omega_z = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Упругий функционал определен как:

$$\Phi_U = \frac{G}{1-2\nu} \left[(1-\nu)e_{zz}^2 + e_{zz}(\omega_x^2 + \omega_y^2) + \frac{1}{2}(\omega_x^4 + \omega_y^4) + \frac{5-6\nu}{2}\omega_x^2\omega_y^2 \right], \quad (3)$$

где $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига; E – модуль Юнга (модуль упругости материала); ν – коэффициент Пуассона, e_{zz} определяет относительное удлинение параллельно оси z ; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – углы поворота относительно соответствующих осей.

Через найденный функционал (3) определяется потенциальная энергия стержня:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{G}{1-2\nu} \int_0^l \left[(1-\nu)I_y \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)^2 + (1-\nu)I_x \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)^2 + \frac{A}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^4 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^4 \right) + \right. \\ &\left. + \frac{(5-6\nu)A}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] dAdz, \end{aligned} \quad (4)$$

где I_x, I_y – осевые моменты инерции; A – площадь поперечного сечения буровой штанги.

Кинетическая энергия буровой штанги, вращающейся с угловой скоростью ω , определяется как:

$$\begin{aligned} T_{кин} &= \frac{1}{2} \rho \int_0^l \left[A \left(\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \right) + I_y \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} \right)^2 + \right. \\ &\left. + \omega^2 (I_y + I_x) + A\omega^2 (u^2 + v^2) + 2\omega A \left(\frac{\partial u}{\partial t} v - \frac{\partial v}{\partial t} u \right) \right] dz. \end{aligned} \quad (5)$$

где ρ – плотность материала буровой колонны; ω – скорость вращения стержня.

Действие продольной нагрузки будет учтено в потенциале внешних сил:

$$\Pi_0 = \frac{1}{2} \int_0^l N \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] dz. \quad (6)$$

Но прежде чем использовать принцип Остроградского-Гамильтона [16-[17][18]18] для получения нелинейной математической модели упругих колебаний буровой колонны, необходимо так же учесть силы контактного взаимодействия и трения буровой штанги о стенку скважины.

Силы контактного взаимодействия и трения. Их виртуальная работа. Будем предполагать, что контакт буровой штанги со стенкой скважины происходит только в одной точке, причем в том сечении, где обычно наблюдается наибольшая амплитуда изгибных колебаний. Схема контактного взаимодействия буровой штанги и стенки буровой скважины изображены на рисунке 1.

Предполагается, что между штангой и стенкой скважины образуется зазор b_{cl} , и в случае, когда центр поперечного сечения штанги приближается на расстояние меньше зазора, то начинает действовать сила контактного взаимодействия F . Так же в этой точке, в силу вращения штанги, будет возникать сила трения, которая пропорциональна силе контактного взаимодействия с коэффициентом пропорциональности μ .

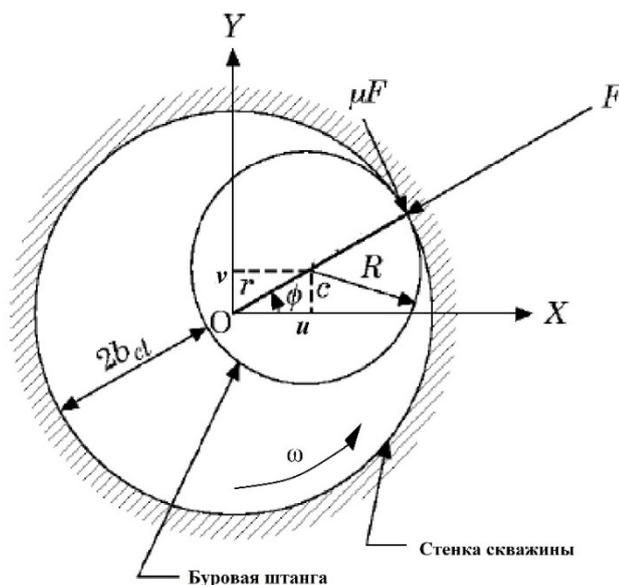


Рисунок 1 – Схема действия сил контактного взаимодействия и трения

Сила контактного взаимодействия будет получена из контактного закона Герца [19]:

$$F = \begin{cases} -K_h (r - b_{cl})^{3/2}, & \text{если } |r| \geq b_{cl}, \\ 0, & \text{если } |r| < b_{cl}, \end{cases} \quad (7)$$

где K_h – жесткость Герца, которая может зависеть от свойств материала и геометрии объектов [20];

$r = \sqrt{u^2 + v^2}$ – положение геометрического центра поперечного сечения буровой штанги.

В итоге виртуальная работа сил контактного взаимодействия и трения о стенку скважины будет выглядеть следующим образом:

$$\delta W = \int_0^l \frac{F}{r} \{ [u + \text{sign}(\Phi) \mu v] \delta u + [v - \text{sign}(\Phi) \mu u] \delta v \} \delta(z - z_c) dz, \quad (8)$$

где $\delta(z - z_c)$ – дельта функция Дирака; z_c – сечение в котором происходит контакт; Φ – скорость штанги в точке контакта, которая определяется как:

$$\Phi = r_c \dot{\phi} + R\omega, \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{v}{u} \right), \quad (9)$$

здесь R – внешний радиус буровой штанги.

Уравнения движения буровой штанги. Используя вариационный принцип Остроградского-Гамильтона:

$$\delta Q = \delta \int_{t_1}^{t_2} (T_{кин} - U_0 + \Pi) dt = 0 \quad (10)$$

и полученные ранее выражения для кинетической и потенциальной энергии, а также для потенциала внешних нагрузок и работы сил контактного взаимодействия и трения о стенку скважины (8)–(9), приходим к следующим уравнениям движения буровой штанги:

$$\begin{aligned} & \rho \left(-A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \omega^2 Au + 2\omega A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) - EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \\ & + \frac{3EA}{(1-\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{(5-6\nu)EA}{(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{F}{r} (u + \text{sign}(\Phi) \mu v) \delta(z - z_c) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \omega^2 Av + 2\omega A \frac{\partial v}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial v}{\partial z} \right) - EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + \\ & + \frac{3EA}{(1-\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{(5-6\nu)EA}{(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{F}{r} (v - \text{sign}(\Phi) \mu u) \delta(z - z_c) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

с краевыми условиями:

$$\begin{aligned} u(z, t) = v(z, t) = 0 \quad (z = 0, z = l) \\ EI \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} = EI \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z^2} = 0 \quad (z = 0, z = l), \end{aligned} \quad (13)$$

Полученные уравнения движения с краевыми условиями носят нелинейный характер, так как в них учитывается геометрическая нелинейность и нелинейность силы контактного взаимодействия.

Частные модели движения буровой штанги. Общность нелинейной модели (11)-(12) позволяет получать из нее частные модели при тех или иных допущениях, например:

а) классическая линейная модель движения буровой штанги

Очевидно, что если пренебречь нелинейными членами в построенной модели (11)-(12), то получим уравнения изгибных колебаний для классического линейного случая, широко известные в литературе:

$$\rho \left(-A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \omega^2 Au + 2\omega A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) - EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = 0, \quad (14)$$

$$\rho \left(A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \omega^2 Av + 2\omega A \frac{\partial v}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial v}{\partial z} \right) - EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} = 0. \quad (15)$$

б) модель движения буровой штанги при малых деформациях (геометрическая линейность) с учетом контактного взаимодействия и трения штанги о стенку скважины:

$$\rho \left(-A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \omega^2 Au + 2\omega A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) - EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \frac{F}{r} (u + \text{sgn}(\Phi) \mu v) \delta(z - z_c) = 0, \quad (16)$$

$$\rho \left(A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \omega^2 Av + 2\omega A \frac{\partial v}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial v}{\partial z} \right) - EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + \frac{F}{r} (v - \text{sgn}(\Phi) \mu u) \delta(z - z_c) = 0. \quad (17)$$

Здесь нелинейность модели проявляется за счет нелинейности сил контактного взаимодействия штанги со стенками скважины и сил трения.

в) модель движения буровой штанги при конечных деформациях без учета сил контактного взаимодействия и трения штанги о стенку скважины:

$$\begin{aligned} & \rho \left(-A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \omega^2 Au + 2\omega A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) - EI_y \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \\ & + \frac{3EA}{(1-\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{(5-6\nu)EA}{(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \omega^2 Av + 2\omega A \frac{\partial v}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial v}{\partial z} \right) - EI_x \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + \\ & + \frac{3EA}{(1-\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{(5-6\nu)EA}{(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

и другие случаи.

Это говорит о достоверности полученной модели (11)–(12), тестируемой классической линейной моделью, ее общности и полноте в описании динамики реалистичных процессов, происходящих при бурении скважин, что позволяет получать из (11)–(12) частные модели. Для выявления особенностей нелинейной модели (11)–(12) необходимо провести ее анализ, выявить влияние нелинейных факторов на поведение динамической системы с целью определения опасных нежелательных процессов и исключения их из рабочих режимов движения буровой штанги. Для этого ниже проводится численный анализ модели при заданных геометрических, физических и рабочих характеристиках штанги.

Заключение. В данной работе была разработана нелинейная математическая модель движения буровой штанги с учетом конечных деформаций и влияния сил трения о стенки скважины. Модель включает нелинейность как за счет учета сил трения и контакта буровой колонны со стенками скважины, так и геометрическую нелинейность за счет использования допущений нелинейно теории упругих деформаций В.В. Новожилова. Был проведен сравнительный анализ полученной нелинейно модели с частными случаями, такими как классический линейный или нелинейная модель без учета сил трения о стенки скважины. Анализ показал достоверность полученной модели, ее общность и полноту в описании динамики изгибных колебаний буровой колонны.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Саркисов Г.М. Расчеты бурильных и обсадных колонн. – М.: Недра, 1971. – 205 с.
- [2] Сароян А.Е. Проектирование бурильных колонн. – М.: Недра, 1971. – 181 с.
- [3] Юнин Е.К. О проблемах использования математических моделей заглубления забоя // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и море. – 2004. – № 3. – С. 12-17.
- [4] Barskii I.L., Gusman A.M., Povalikhin A.S. Development of a Method for Drilling of Straight Section of Various Type Wellbores // Proceeding ETCE/OMAE 2000 Joint Conference. – New Orleans, Louisiana, USA, 2000.
- [5] Симонов В.В., Юнин Е.К. Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента. – М.: Недра, 1977. – 217 с.
- [6] Gulyaev V.I., Borshch E.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – Vol. 78. – P. 759-764.
- [7] Gulyaev V.I., Khudolii S.N., Borshch E.I. Wirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly // Strength of Materials. – 2010. – Vol. 42(6). – P. 637-646.
- [8] Nandakumar K., Wiercigroch M. Stability analysis of a state dependent delayed, coupled two DOF model of drill-string vibration. // Journal of Sound and Vibration. – 2013. – Vol. 332. – P. 2575-2592.
- [9] Khulief Y.A., Al-Sulaiman F.A., Bashmal S. Vibration Analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations. // Journal of Sound and Vibration. – 2007. – Vol. 299. – P. 540-558.
- [10] Richarda T., Germy C., Detournay E. A simplified model to explore the root cause of stick-slip vibrations in drilling systems with drag bits. // Journal of Sound and Vibration. – 2007. – Vol. 305. – P. 432-456.
- [11] Jafari A.A., Kazemi R., Mahyari M.F. The effects of drilling mud and weight bit on stability and vibration of a drill string // Journal of Vibration and Acoustics. - 2012. – Vol. 134. – P. 1-9.
- [12] Elsayed M.A. A novel approach to dynamic representation of drill strings in test rigs. // Journal of Energy Resources Technology. – 2007. – Vol. 129. – P. 281-288.
- [13] Mihajlovic N., van Veggel A.A., van de Wouw N., Nijmeijer H. Analysis of Friction-Induced Limit Cycling in an Experimental Drill-String System. // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 2004. – Vol. 126. – P. 709-720.
- [14] Tucker R.W., Wang C. An integrated model for drill-string dynamics // Journal of Sound and Vibration. – 1999. – Vol. 224, Issue 1. – P. 123-165.
- [15] Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – М.–Л.: ОГИЗ, 1948. – 211с.
- [16] Филиппов А.П. и др. Численные методы в прикладной теории упругости. – Киев: Наук. думка, 1968. – 250 с.
- [17] Вибрации в технике. Справочник: в 6-и т. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 352 с.
- [18] Вибрации в технике. Справочник: в 6-и т. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. – 351 с.
- [19] Christoforou A.P., Yigit A.S. Dynamic modeling of rotating drillstrings with borehole interactions // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – Vol. 206(2). – P. 243-260.
- [20] Goldsmith W. Impact: The Theory and Physical Behaviour of colliding solids. – New York: Dover Publications, Inc., 2001 – 389 p.

REFERENCES

- [1] Sarkisov G.M. Raschety buril'nyh i obsadnyh kolonn. M.: Nedra, 1971. 205 p. (in Rus.).
- [2] Sarojan A.E. Proektirovanie buril'nyh kolonn. M.: Nedra, 1971. 181 p. (in Rus.).
- [3] Junin E.K. O problemah ispol'zovaniya matematicheskikh modelej zaglublenija zaboja. *Stroitel'stvo nefjanyh i gazovyh skvazhin na sushe i more*. 2004, N 3. P. 12-17 (in Rus.).
- [4] Barskii I.L., Gusman A.M., Povalikhin A.S. Development of a Method for Drilling of Straight Section of Various Type Wellbores. *Proceeding ETCE/OMAE 2000 Joint Conference*. New Orleans, Louisiana, USA, 2000 (in Eng.).

- [5] Simonov V.V., Junin E.K. Vliyanie kolebatel'nykh processov na rabotu buril'nogo instrumenta. M.: Nedra, 1977. 217 p. (in Rus.).
- [6] Gulyaev V.I., Borshch E.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **2011**, Vol. 78, P. 759-764 (in Eng.).
- [7] Gulyaev V.I., Khudolii S.N., Borshch E.I. Wirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly. *Strength of Materials*, **2010**, Vol. 42(6), P. 637-646 (in Eng.).
- [8] Nandakumar K., Wiercigroch M. Stability analysis of a state dependent delayed, coupled two DOF model of drill-string vibration. *Journal of Sound and Vibration*, **2013**, Vol. 332, P. 2575-2592 (in Eng.).
- [9] Khulief Y.A., Al-Sulaiman F.A., Bashmal S. Vibration Analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations. *Journal of Sound and Vibration*, **2007**, Vol. 299, P. 540-558 (in Eng.).
- [10] Richarda T., Germy C., Detournay E. A simplified model to explore the root cause of stick-slip vibrations in drilling systems with drag bits. *Journal of Sound and Vibration*, **2007**, Vol. 305, P. 432-456 (in Eng.).
- [11] Jafari A.A., Kazemi R., Mahyari M.F. The effects of drilling mud and weight bit on stability and vibration of a drill string. *Journal of Vibration and Acoustics*, **2012**, Vol. 134, P. 1-9 (in Eng.).
- [12] Elsayed M.A. A novel approach to dynamic representation of drill strings in test rigs. *Journal of Energy Resources Technology*, **2007**, Vol. 129, P. 281-288 (in Eng.).
- [13] Mihajlovic N., van Veggel A.A., van de Wouw N., Nijmeijer H. Analysis of Friction-Induced Limit Cycling in an Experimental Drill-String System. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **2004**, Vol. 126, P. 709-720 (in Eng.).
- [14] Tucker R.W., Wang C. An integrated model for drill-string dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, **1999**, Vol. 224, Issue 1, P. 123-165 (in Eng.).
- [15] Novozhilov V.V. Osnovy nelinejnoj teorii uprugosti. M.–L.: OGIZ, 1948. 211 p. (in Rus.).
- [16] Filippov A.P. i dr. Chislennye metody v prikladnoj teorii uprugosti. Kiev: Nauk. dumka, 1968. 250 p. (in Rus.).
- [17] Vibracii v tehnikе. Spravochnik: v 6-i t. M.: Mashinostroenie, 1978. Vol. 1. 352 p. (in Rus.).
- [18] Vibracii v tehnikе. Spravochnik: v 6-i t. M.: Mashinostroenie, 1979. Vol. 2. 351 p. (in Rus.).
- [19] Christoforou A.P., Yigit A.S.: Dynamic modeling of rotating drillstrings with borehole interactions. *Journal of Sound and Vibration*, **1997**, Vol. 206(2), P. 243-260 (in Eng.).
- [20] Goldsmith W. Impact: The Theory and Physical Behaviour of colliding solids. New York: Dover Publications, Inc., 2001. 389 p. (in Eng.).

А. С. Серғалиев

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

ҰНҒЫМА ҚАБЫРҒАСЫНДАҒЫ ҮЙКЕЛІСТІ ҚАРАСТЫРА ОТЫРЫП БҰРҒЫЛАУ ҚАРНАҒЫНЫҢ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС МОДЕЛІ

Аннотация. Мақалада түйісу күштері қарастырылып мұнай және газ ұнғымасын бұрғылау үшін қолданылатын бұрғылау қарнағының көлденең тербелесінің сызықты емес динамикалық математикалық моделі құрылған. Бұрғылау қарнағы тұрақты жылдамдықпен айналып жатқан және көлденең күштің әсері кезінде жұмыс істеп жатқан серпімді білік моделі арқылы пішінделді. Қозғалыс теңдеулерін қорыту кезінде В. В. Новожиловтың ақырлы деформациялар теориясы және Остроградский-Гамильтон вариациялық тәсілі қолданылды. Остроградский-Гамильтон әдісі арқылы көлденең механикалық жүйенің тербелісі үшін дербес туындылы өзара байланысқан екі дифференциалдық теңдеу алынды. Түйісу күштерін қарастыру үшін Герцтің түйісу заңы қолданылды. Қорытылған модель түйісу күштерін және деформациялардың ақырлығын қарастырғандықтан сызықты емес түрде болып табылады. Алынған сызыты емес моделді классикалық сызықты модельмен және қосымша жеке нәтижелермен салыстыру арқылы оның сенімділігі және ортақтығы расталды.

Түйін сөздер: бұрғылау қарнағы, сызықты емес модель, көлденең тербелісі, түйісу.

Publication Ethics and Publication Malpractice in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

www.nauka-nanrk.kz

ISSN 2518-1467 (Online), ISSN 1991-3494 (Print)

<http://www.bulletin-science.kz/index.php/ru/>

Редакторы *М. С. Ахметова, Д. С. Аленов, Т. М. Апендиев*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 24.02.2017.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
12,4 п.л. Тираж 2000. Заказ 1.